武汉科技大学

2020年全国硕士研究生招生考试初试自命题试题

（B卷）

科目代码：840 科目名称：数学分析

准考证号码：

密封线内不要写题

报考专业：

姓名：

注意：所有答题内容必须写在答题纸上，写在试题或草稿纸上的一律无效；考完后试题随答题纸交回。

一、选择题(共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分)

1、$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x\cos x}{x^3}=$ _____.

A. $\frac{1}{6}$； B. $\frac{1}{3}$； C. 1； D. e .

2、$\lim\limits_{n\to\infty}(1+2^n+3^n+\cdots+2020^n)^{\frac{1}{n}}=$ _____.

A. ∞； B. 8； C. 2020； D. π .

3、求极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}=$ _____.

A. 2； B. 1； C. 0； D. 不存在.

4、设$f(x,y)=\arctan\frac{x+y}{1+xy}$, 则$f_x(0,0)=$ _____ ； $f_y(0,0)=$ _____.

A. （1；1）； B. （6；6）； C. （8；6）； D. 不存在.

5、级数$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)(2n+1)}=$ _____.

A. π ； B. $\frac{\pi^2}{6}$ ； C. $\pi-2$ ； D. $\frac{\pi-2}{4}$.

6、第一型曲线积分$I=\int_{x^2+y^2=ax}\sqrt{x^2+y^2}\,ds=$ _____.

A. 0 ；　　B. a ；　　C. $2a^2$ ；　　D. 1 ．

二、计算题(共 3 小题，每小题 15 分，共 45 分)

1、求$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{cotx}{x}\right)$ ．

2、求$f(x)=e^x+e^{-x}+2cosx$的极小值点 ．

3、设$F(u,v,w)$二阶可微，$F(xy,y+z,xz)=0$, 求x_z ．（其中$yF_1+zF_3\neq 0$）

三、解答题(共 3 小题，每小题 15 分，共 45 分)

1、求曲面$\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)^2=ax(a,b,c>0)$所围区域的体积$V$.

2、求 $I=\iint_{\Sigma}4xz\mathrm{d}y\mathrm{d}z-2yz\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(1-z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ．

其中Σ是曲线$z=e^y(0\le y\le a)$绕z轴旋转生成的旋转面，取下侧 ．

3、讨论数项级数$\sum_{n=3}^{+\infty}ln\cos\frac{\pi}{n}$的敛散性 ．

四、证明题(15 分)

证明不等式

$a\ln a+b\ln b\ge(a+b)[\ln(a+b)-\ln 2]$ ．　　$(a,b>0)$

五、证明题(15 分)

设$a_1>0$，定义$a_{n+1}=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{9}{a_n}\right),n=1,2,\cdots$. 证明$\lim\limits_{n\to\infty}a_n$存在，

并求出它的值 ．